www.konkur.in

کد کنترل

832

F

832F

آزمون ورودی دوره‌های کارشناسی‌ارشد ناپیوستهٔ داخل - سال ۱۴۰۲

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

صبح جمعه
۱۴۰۱/۱۲/۱۲

«اگر دانشگاه اصلاح شود
مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

آمار (کد ۱۲۰۷)

تعداد سؤال: ۱۰۵

زمان پاسخ‌گویی: ۲۵۵ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شمارهٔ سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شمارهٔ	تا شمارهٔ
۱	زبان عمومی و تخصصی (انگلیسی)	۲۵	۱	۲۵
۲	دروس پایه (ریاضی عمومی(۱و۲)، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی و مبانی احتمال)	۲۵	۲۶	۵۰
۳	دروس تخصصی ۱ (احتمال(۱و۲)، آمار ریاضی(۱و۲))	۳۲	۵۱	۸۲
۴	دروس تخصصی ۲ (نمونه‌گیری(۱و۲)، رگرسیون ۱)	۲۳	۸۳	۱۰۵

استفاده از ماشین‌حساب مجاز نیست.

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول زیر، به‌منزلهٔ عدم حضور شما در جلسهٔ آزمون است.

اینجانب ..... با شمارهٔ داوطلبی ..... با آگاهی کامل، یکسان‌بودن شمارهٔ صندلی خود با شمارهٔ داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخ‌نامه و دفترچهٔ سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی جلد دفترچهٔ سؤالات و پایین پاسخ‌نامه‌ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

زبان عمومی و تخصصی (انگلیسی):

PART A: Vocabulary

***Directions**: Choose the word or phrase (1), (2), (3), or (4) that best completes each sentence. Then mark the answer on your answer sheet.*

1- Despite the fact that Gross Domestic Product (GDP) has increased substantially in the industrialized West, the levels of human contentment have remained ----------.
1) apposite 2) interwoven 3) static 4) implicit

2- Immigration ---------- from the Latin word migration and means the act of a foreigner entering a country in the aim of obtaining the right of permanent residence.
1) gathers 2) obtains 3) arises 4) derives

3- Not speaking the same language as your customers can lead to communication ----------.
1) breakdown 2) brevity 3) gesture 4) imitation

4- The factory's workforce has ---------- from over 4,000 to a few hundred.
1) withdrawn 2) dwindled 3) undercut 4) forecasted

5- The police came up empty-handed despite an ---------- exploration of the suspect's home.
1) exhaustive 2) inescapable 3) ephemeral 4) inevitable

6- When the old man married a woman in her thirties, all everyone talked about was the ---------- in the couple's ages.
1) diversity 2) disparity 3) longevity 4) extension

7- One local factory will ---------- the town's job shortage by providing 250 more jobs.
1) overlook 2) adjust 3) displace 4) alleviate

PART B: Cloze Test

***Directions**: Read the following passage and decide which choice (1), (2), (3), or (4) best fits each space. Then mark the correct choice on your answer sheet.*

One commentator argues that the success of private schools is not in their money, (8) ---------- their organization. State schools fail their pupils because, under government control, they lack options. But if head teachers at state schools (9) --------- given the same freedom as those at private schools, namely (10) ---------- poor teachers and pay more to good ones, parents would not need to send their children to private schools any more.

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

8- 1) that is 2) it is in 3) but in 4) is
9- 1) had 2) were 3) to be 4) be
10- 1) by sacking 2) sacking 3) sacked 4) to sack

PART C: Reading Comprehension

***Directions*: Read the following three passages and answer the questions by choosing the best choice (1), (2), (3), or (4). Then mark the correct choice on your answer sheet.**

PASSAGE 1:

ANOVA or Analysis of Variance is a group of statistical models to test for significant difference between means. It tests whether the means of various groups are equal or not. A Multivariate analysis of Variance is called MANOVA. This is similar to ANOVA which is a one-way Analysis of Variance, except that there are more than one variable or factors involved. [1] When the various factors affecting the dependent variable including all their combinations at different levels are studied and tested, these are called Factorial experiments in MANOVA. No matter which type of MANOVA is being used, the dependent variables are always linearly combined.

Various methods related to Analysis of Variance like hypothesis testing, partitioning of sum of squares, and experimental techniques have been around since the beginning of the 19th century. [2] However, ANOVA and MANOVA as we know today were first used by Sir Ronald Fisher in 1925 in his book *Statistical Methods for Research Workers*. Moreover, randomization models were first published in 1923 by Neyman. [3]

There are various advantages of MANOVA over one-way ANOVA. Firstly, we can study any interaction between the factors. Secondly, studying two or more factors simultaneously increases the model's efficiency. [4] And thirdly, the residual variation in the model is reduced when more factors are included in the study.

MANOVA is extremely useful in experimental studies where manipulation of independent factors is seen. Further, since various factors are studied together, it is easier to determine which factors are really important. Also, MANOVA reduces the chances of Type I error that would result if multiple ANOVAs were used and also aids in the discovery of differences that might remain hidden with ANOVA.

11- **The main purpose of the passage, in general, is to introduce ----------.**
1) the advantages of MANOVA
2) the shortcomings of traditional statistical procedures
3) the concept of dependent variables
4) a group of statistical models to test for significant difference between means

12- **The passage refers to all of the following as methods related to Analysis of Variance which have been around since the beginning of the 19th century EXCEPT ----------.**
1) hypothesis testing 2) experimental techniques
3) partitioning of sum of squares 4) additive models

13- **According to the passage, which statement is true?**
1) ANOVA and MANOVA as we know today were first introduced in the 19th century.
2) Randomization models were first published in 1925 by Sir Ronald Fisher.
3) Randomization models were first published in *Statistical Methods for Research Workers*.
4) ANOVA and MANOVA as we know today were first used by Sir Ronald Fisher in 1925.

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

14- Which of the following is NOT mentioned as an advantage of MANOVA?

1) It helps researchers study any interaction between the factors.
2) It helps researchers capture differences that might remain hidden with ANOVA.
3) It maximizes the chances of Type I error that would result if multiple ANOVAs were used.
4) It is extremely useful in experimental studies where manipulation of independent factors is considered.

15- In which of the positions marked by [1], [2], [3], or [4] in the passage can the following sentence be inserted?

This is used in studies where more than one factor affects the dependent variable.

1) [1] 2) [2] 3) [3] 4) [4]

PASSAGE 2:

J. W. Tukey was born on July 16, 1915, in New Bedford, Massachusetts. He was the only child of Ralph H. and Adah M. (Tasker) Tukey. His parents recognized the great potential in their son at a very early age and decided to school him at home. Home schooling was convenient for Tukey since both of his parents were teachers. Tukey's formal education did not begin until he entered Brown University in Providence, Rhode Island, to study mathematics and chemistry.

Tukey completed his studies at Brown University when he graduated with a Master's degree in chemistry. He then went on to study for a doctorate in mathematics at Princeton University in 1937. Tukey received his doctorate in 1939 for the dissertation *Denumerability in topology*. This impressive thesis was then published in 1940 as *Convergence and Uniformity in topology*. It was the second book in the *Annals of Mathematics Studies* of the Princeton University Press. However, this was not Tukey's first publication. Even prior to obtaining his doctorate, he wrote three papers that had been published.

After receiving his doctorate, Tukey accepted an offer to become an instructor at Princeton University. At this time, his work was mainly concentrated in the area of abstract mathematics. Also at this time, World War II was becoming a great influence on people's, including Tukey's, lives. During this time, Tukey had the opportunity to work with many other great statisticians. He worked with George W. Brown, who had just completed a doctorate in Statistics in the department of mathematics at Princeton, Wilfrid Dixon of Princeton, Paul Dwyer of the University of Michigan, S. S. Wilks, and W. G. Cochran.

Three of Tukey's specific contributions are the Box-and-Whisker Plot, the Stem-and-Leaf Diagram, and Tukey's Paired Comparisons. Box-and-Whisker Plots were invented by Tukey as a means to display groups of data.

16- According to the passage, which statement is true about Tukey?

1) His parents were both chemistry teachers, so they educated him at home.
2) He studied mathematics and chemistry at Brown University.
3) His formal education did not begin until he entered high school.
4) His parents found him more talented than his brothers.

17- What was Tukey's work mainly concentrated on when he accepted the offer to become an instructor at Princeton University?

1) Chemistry 2) Applied mathematics
3) Abstract mathematics 4) Applied statistics

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

18- The passage provides sufficient information to answer which of the following questions?
I. What was the title of Tukey's Ph.D. dissertation?
II. What was the title of his first publication?
III. Which books did he publish during World War II?
1) Only I 2) I and II 3) II and III 4) Only II

19- According to the passage, Tukey had a chance to work with all of the following statisticians EXCEPT ----------.
1) Wilfrid Dixon 2) Paul Dwyer
3) W. G. Cochran 4) Charles P. Winsor

20- Which ones are mentioned in the passage as Tukey's specific contributions?
1) The Box-and-Whisker Plot, the Stem-and-Leaf Diagram, and Paired Comparisons
2) Estimation of the Spectra of Time Series, the Stem-and-Leaf Diagram, and Paired Comparisons
3) Fast Fourier Transform Algorithm, the Stem-and-Leaf Diagram, and Paired Comparisons
4) Fast Fourier Transform Algorithm, Estimation of the Spectra of Time Series, and the Box-and-Whisker Plot

PASSAGE 3:

Women in statistics classes do better academically than men over a semester despite having more negative attitudes regarding their own abilities, according to our recent study in the *Journal of Statistics and Data Science Education*. Using data from more than 100 male and female students from multiple statistics classes, my colleague and I assessed gender differences in grades over the course of a semester.

As part of the study, students also answered surveys at the start and end of the semester that measured six different things: their fear of statistics teachers in general; their thoughts about the usefulness of statistics; their perceptions of their own mathematical ability; their anxiety in taking tests; their anxiety in interpreting statistics; and their fear of asking for help. [1]

Overall, we found that students with more negative perceptions of their own mathematical ability had lower grades over the course of the semester. [2] What's even more interesting are the gender differences that emerged. Even though men and women scored similarly on exams at the start of the semester, women finished the semester with almost 10% higher final exam grades. [3] This was the case even though women had significantly worse attitudes about their mathematical abilities at the start of the semester than their male counterparts.

At the beginning of the semester specifically, women were more likely to rate their mathematical abilities as lower than men in the class and report more anxiety toward exams and toward interpreting statistical findings. However, each of these self-assessments improved over the course of the semester such that women's attitudes didn't differ from men's by the end. [4] For men whose attitudes improved during the semester, grades also improved – though not as much as women's grades improved.

21- Which of the following best describes the main idea of the passage?
1) Female statistics teachers are better than their male peers.
2) Female students are not worried about statistics exams at all.
3) Women are better at statistics than they think.
4) Men have a more positive image of statistics teachers than women do.

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

22- Which of the following statements is true?

1) The author did the research alone.
2) The data were collected from 100 male and female students in one class.
3) Gender differences in students' grades were assessed during a whole academic year.
4) The findings of the study appear in the *Journal of Statistics and Data Science Education*.

23- The survey at the beginning and at the end of the study measured all of the following EXCEPT the students' ----------.

1) anxiety in interpreting statistics
2) anxiety in reading statistics textbooks
3) perceptions of their own mathematical ability
4) thoughts about the usefulness of statistics

24- According to the passage, which statement is true?

1) Women scored 10% higher than men on the exams at the start of the course.
2) Students with more negative perceptions of their own mathematical ability had lower grades at the end of the study.
3) At the beginning of the study, women were more likely to report less anxiety toward exams and toward interpreting statistical findings.
4) At the beginning of the study, women were more likely to rate their mathematical abilities as higher than men.

25- In which of the positions marked by [1], [2], [3], or [4] in the passage can the following sentence be inserted?

Meanwhile, the grades of male students who reported fear of statistics teachers or fear of asking for help decreased more sharply over the course of the semester.

1) [1] 2) [2] 3) [3] 4) [4]

دروس پایه (ریاضی عمومی(۱و۲)، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی و مبانی احتمال):

۲۶- فرض کنید $a, b \in \mathbb{R}$ و $f(x) = x^5 + ax^2 - b$. اگر $f(a-ib) = 0$، آن‌گاه مقدار $Im\left(a - i^3 b + if(a+ib)\right)$، کدام است؟

۱) a

۲) b

۳) $-b$

۴) $a+ib$

۲۷- فرض کنید مقدار حقیقی $T > 0$، کوچک‌ترین عدد حقیقی مثبتی باشد که تساوی $f(x+T) = 8 - f(x)$ برای تابع f، صادق است. دورهٔ تناوب تابع $g(x) = \frac{2+f(x)}{5-f(x)}$، کدام است؟

۱) صفر (g متناوب نیست.)

۲) $\frac{T}{2}$

۳) T

۴) $2T$

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۲۸- فرض کنید $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{nx+1}{nx-1}\right)^x = 9$. مقدار n، کدام است؟

۱) $\frac{9}{2}$

۲) $\frac{2}{9}$

۳) $\ln 3$

۴) $\frac{1}{\ln 3}$

۲۹- حاصل عبارت $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x(1-x)}}$، در صورت وجود، کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{3}$

۲) $\frac{2\pi}{3}$

۳) π

۴) وجود ندارد.

۳۰- مقدار متوسط تابع با ضابطهٔ $f(x,y)=\frac{1}{x}$ بر ناحیهٔ $0\le x\le 1 ; x^2\le y\le\sqrt{x}$، کدام است؟

۱) $\frac{9}{2}$

۲) $\frac{3}{2}$

۳) $\frac{2}{3}$

۴) $\frac{2}{9}$

۳۱- شعاع همگرایی سری توانی $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(3x+5)^n}{\sqrt[5]{n^2}\,6^n}$، کدام است؟

۱) $\frac{1}{6}$

۲) $\frac{1}{2}$

۳) ۲

۴) ۶

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۳۲- بردار نرمال (قائم) صفحهٔ گذرنده از مبدأ مختصات و شامل خط راست $z = 4t$ ، $y = -1 + 3t$ و $x = 1 + 2t$، کدام است؟

۱) $4\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$

۲) $4\vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}$

۳) $4\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}$

۴) $4\vec{i} - 4\vec{j} - 5\vec{k}$

۳۳- فرض کنید A و B مقادیر اکسترمم‌های مطلق تابع $f(x,y) = 2xy + y^2 + 8x - 4y$ روی ناحیه $\{(x,y) : 0 \le x \le 2, 0 \le y \le 1\}$ باشند. مقدار $\frac{A+B}{2}$، کدام است؟

۱) ۷

۲) ۸

۳) ۸/۵

۴) ۱۰

۳۴- فرض کنید D ناحیهٔ کران‌داری در صفحهٔ مختصات باشد که به منحنی‌های $y = x^3$ ، $y = -x$ ، $y = 0$ و $y = 1$ محصور است. مقدار $\iint_D x^2 y \, dx \, dy$ کدام است؟

۱) $\frac{4}{45}$

۲) $\frac{8}{45}$

۳) $\frac{4}{15}$

۴) $\frac{8}{15}$

۳۵- مقدار $\int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty (x^2 + y^2 + z^2 + 1)^{-\frac{5}{2}} dx \, dy \, dz$، کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{12}$

۲) $\frac{\pi}{6}$

۳) $\frac{\pi}{4}$

۴) $\frac{\pi}{3}$

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۳۶- فرض کنید B و A دو ماتریس مربعی باشند. کدام‌یک از گزاره‌های زیر دربارهٔ رتبه و اثر ماتریس‌ها درست است؟ ($tr(A)$ یعنی اثر ماتریس A)

۱) $rank(A+B) = rank(A) + rank(B)$.

۲) $rank(AB) = rank(A) \times rank(B)$.

۳) $rank(A^t) = \frac{۱}{rank(A)}$.

۴) $tr(AB) = tr(BA)$.

۳۷- فرض کنید $A = (a_{ij})$ یک ماتریس $n \times n$، $n \geq ۴$، با درایه‌های $a_{ij} = i + j$ برای $i , j \leq n$ و $i , j \geq ۱$ باشد. دراین‌صورت رتبه A، کدام است؟

۱) n

۲) ۲

۳) $n - ۱$

۴) ۱

۳۸- فرض کنید $C^{\infty}(\mathbb{R})$ فضای برداری تمام توابع $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ باشد که f در هر نقطه از $\mathbb{R}$ از هر مرتبه مشتق‌پذیر است و تبدیل خطی $T : C^{\infty}(\mathbb{R}) \to C^{\infty}(\mathbb{R})$ با ضابطه $T(f(x)) = f'(x)$ باشد. دراین‌صورت کدام مورد نادرست است؟

۱) هر عدد حقیقی $\lambda \in \mathbb{R}$ یک مقدار ویژه T است.

۲) یک بردار ویژه وابسته به مقدار ویژه $\lambda = ۴$ عبارتست از $y(t) = ۴e^{۴t}$

۳) تابع $y(t) = ۳e^{۲t}$ یک بردار ویژه وابسته به مقدار ویژه $\lambda = ۳$ است.

۴) بردارهای ویژه وابسته به مقدار ویژه $\lambda = ۰$، تمام توابع ثابت ناصفر هستند.

۳۹- اگر N یک ماتریس ۴×۴ غیرصفر پوچ‌توان با درایه‌های حقیقی باشد، آنگاه چندجمله‌ای مشخصه $I + N$، کدام است؟

۱) $(x-۱)^۴$

۲) $۱ - x^۴$

۳) $(x+۱)^۴$

۴) $x^۴ - ۱$

۴۰- فرض کنید A، یک ماتریس ۲×۲ حقیقی است. اگر $tr(A^۲) = ۲۵$ و $tr(A) = ۷$، دراین‌صورت حاصل ضرب مقادیر ویژهٔ A، کدام است؟ ($tr(A)$ یعنی اثر ماتریس A)

۱) ۶

۲) ۸

۳) ۱۰

۴) ۱۲

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۴۱- فرض کنید $\{x_n\}$ دنباله‌ای از اعداد حقیقی باشد که برای هر n،

$$x_{2n} < x_{2n+2} < x_{2n+1} < x_{2n-1}$$

کدام مورد، درست است؟

۱) $\{x_n\}$ همگرا است.

۲) عدد حقیقی x وجود دارد که برای هر n، $x_{2n} \le x \le x_{2n-1}$.

۳) دنباله‌های $\{x_{2n}\}$ و $\{x_{2n-1}\}$ همگرا هستند ولی $\lim x_{2n} \neq \lim x_{2n-1}$.

۴) دنباله‌های $\{x_{2n}\}$ و $\{x_{2n-1}\}$ همگرا هستند و $\limsup x_n = \lim x_{2n}$ و $\lim\inf x_n = \lim x_{2n-1}$.

۴۲- فرض کنید $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$، $A\subseteq\mathbb{R}$ و $f(A)$ در $\mathbb{R}$، چگال باشد. کدام مورد، درست است؟

۱) اگر f پیوسته باشد، آنگاه پوشا است.

۲) اگر f پیوسته باشد، آنگاه یک به یک است.

۳) اگر f مشتق‌پذیر باشد، آنگاه دوسویی است.

۴) اگر f پوشا باشد، آنگاه پیوسته است.

۴۳- برای عدد طبیعی $n\ge 2$، چند جمله‌ای $P_n(x)=\frac{x^{2n}}{(2n)!}+\frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}+\ldots+\frac{x}{1!}+1$، چند ریشه حقیقی دارد؟

۱) n

۲) ۲

۳) $2n$

۴) ۰

۴۴- کدام مورد درخصوص تابع $f:(-1,\infty)\to\mathbb{R}$ با ضابطه زیر، درست است؟

$$f(x)=\begin{cases}(x+1)^{\frac{1}{x}} & x\neq 0\\ e & x=0\end{cases}$$

۱) در مبدأ ناپیوسته است.

۲) بر $(-1,\infty)$ پیوسته است ولی در مبدأ مشتق‌پذیر نیست.

۳) بر $(-1,\infty)$ از هر مرتبه‌ای مشتق‌پذیر است.

۴) بر $(-1,\infty)$ مشتق‌پذیر است ولی مشتق آن در مبدأ پیوسته نیست.

۴۵- فرض کنید $I=[0,1]\times[0,1]$ و تابع $f:I\to\mathbb{R}$ با ضابطهٔ زیر تعریف شود، مقدار عبارت $\int_0^{\overline{1}} f(x,y)dx-\int_{\underline{0}}^{1} f(x,y)dx$، کدام است؟

$$f(x,y)=\begin{cases}y^2 & x\in Q\\ y & x\notin Q\end{cases}$$

۱) $y(1-y)$

۲) $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$

۳) $y^2\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}y\right)$

۴) صفر

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۴۶- **میانگین نمرات در درس‌های احتمال ۱ و احتمال ۲ به‌ترتیب ۱۴/۵ و ۱۴ است. واریانس این دو درس نیز به‌ترتیب ۹ و ۴ هستند. علی در هر دوی این دروس نمرهٔ ۱۶ گرفته است. کدام مورد درست است؟**

۱) علی در درس احتمال ۲ قوی‌تر عمل کرده است.

۲) علی در درس احتمال ۱ قوی‌تر عمل کرده است.

۳) علی در هر دو درس یکسان عمل کرده است.

۴) برای قضاوت، به پارامترهای دیگری نیز نیاز است.

۴۷- **در بین ۳۳ دانشجوی یک کلاس ۱۷ نفر در امتحان میان‌ترم نمره A گرفته‌اند، تعداد ۱۴ نفر در امتحان پایان‌ترم نمره A گرفته‌اند و ۱۱ نفر در هیچ‌کدام از این امتحانات نمره A نگرفته‌اند. چند نفر در هر دو امتحان نمره A گرفته‌اند؟**

۱) ۳

۲) ۷

۳) ۸

۴) ۹

۴۸- **فرض کنید $\{A_n\}_{n=1}^{\infty}$ یک دنباله از پیشامدهای دلخواه باشد به‌طوری‌که $\lim_{n\to\infty} A_n$ وجود داشته باشد. کدام‌یک از موارد زیر نادرست است؟**

۱) $\lim_{n\to\infty} P(A_n) = P(\lim_{n\to\infty} A_n)$

۲) $P(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n) = \sum_{n=1}^{\infty} P(A_n)$

۳) $P(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n) = \lim_{n\to\infty} P(\bigcup_{m=1}^{n} A_m)$

۴) $P(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n) < \sum_{n=1}^{\infty} P(A_n)$

۴۹- **ظرفی شامل ده کارت با شماره‌های ۱ تا ۱۰ است. اگر چهار کارت را به‌طور تصادفی، یک‌به‌یک و بدون جایگذاری انتخاب کنیم، احتمال آنکه شماره کارت‌ها به‌صورت صعودی انتخاب شوند، کدام است؟**

۱) $\frac{۱}{۲۴}$

۲) $\frac{۲}{۲۴}$

۳) $\frac{۳}{۲۴}$

۴) $\frac{۴}{۲۴}$

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۵۰- کفاشی به‌طور کاملاً تصادفی از کمدی محتوی ۵ جفت کفش متفاوت، چهار لنگه کفش را بدون جایگذاری انتخاب می‌کند. احتمال اینکه هیچ جفت کفشی در این چهار لنگه کفش انتخاب نشده باشد، کدام است؟

۱) $۱-\left(\frac{۲}{۱۰}\right)^۵$

۲) $\left(\frac{۱}{۱۰}\right)^۵$

۳) $\frac{۸}{۲۱}$

۴) $\frac{۸}{۶۳}$

دروس تخصصی ۱ (احتمال(۱و۲)، آمار ریاضی(۱و۲)):

۵۱- فرض کنید ۱۰ سکه در یک جعبه قرار دارند که i امین سکه با احتمال $\frac{i}{۱۰}$، $(i = ۱,۲,...,۱۰)$ شیر می‌آید. یک سکه به تصادف انتخاب نموده و آن را به دفعات پرتاب می‌کنیم. اگر ۵ پرتاب اول نتیجه‌اش شیر باشد، احتمال اینکه ۶ امین پرتاب نیز شیر باشد، کدام است؟

۱) $\frac{\sum_{i=۱}^{۱۰} i^۶}{\sum_{i=۱}^{۱۰} i^۵}$

۲) $\frac{\sum_{i=۱}^{۱۰} i^۵}{\sum_{i=۱}^{۱۰} i^۶}$

۳) $\frac{۱}{۱۰}\frac{\sum_{i=۱}^{۱۰} i^۵}{\sum_{i=۱}^{۱۰} i^۶}$

۴) $\frac{۱}{۱۰}\frac{\sum_{i=۱}^{۱۰} i^۶}{\sum_{i=۱}^{۱۰} i^۵}$

۵۲- فرض کنید متغیر تصادفی X دارای توزیع یکنواخت پیوسته روی بازهٔ $(۰,۱)$ باشد. تابع چگالی احتمال جذر یک منهای $X^۲$ $\left(Y = \sqrt{۱-X^۲}\right)$، کدام است؟

۱) $f(y) = \frac{\sqrt{۱-y^۲}}{y}\ ,\ ۰ < y < ۱$

۲) $f(y) = \frac{y}{\sqrt{۱-y^۲}}\ ,\ ۰ < y < ۱$

۳) $f(y) = \frac{y}{۱-y^۲}\ ,\ ۰ < y < ۱$

۴) $f(y) = \frac{۱-y^۲}{y}\ ,\ ۰ < y < ۱$

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۵۳- فرض کنید $U \sim U([0,1])$ باشد. اگر $X = \lfloor nU \rfloor + 1$، $n \in \mathbb{N}$، توزیع X کدام است؟ (DU نمایانگر توزیع یکنواخت گسسته است.)

۱) $DU(\{1,...,n\})$

۲) $DU(\{0,1,...,n-1\})$

۳) $DU(\{0,1,...,n\})$

۴) $DU(\{1,...,n+1\})$

۵۴- فرض کنید X یک متغیر تصادفی با تابع توزیع زیر باشد. اگر میانه توزیع X برابر ۱ باشد، مقدار c، کدام است؟

$$F(x) = \begin{cases} a & x \le 0 \\ b - e^{-cx} & x > 0 \end{cases}$$

۱) $3\ln 2$

۲) $2\ln 2$

۳) $\ln 2$

۴) $\frac{\ln 2}{2}$

۵۵- فرض کنید X یک متغیر تصادفی با شرط $E(X^2) = E(X)$ باشد. کدام مورد، درست است؟

۱) $Var(X) \le \frac{1}{6}$

۲) $Var(X) \le \frac{1}{4}$

۳) $Var(X) \ge \frac{1}{3}$

۴) $Var(X) \ge \frac{1}{4}$

۵۶- فرض کنید X یک متغیر تصادفی برنولی باشد، مقدار کوواریانس X با توان دوم خودش، کدام است؟

۱) واریانس این متغیر

۲) میانگین این متغیر

۳) صفر

۴) یک

۵۷- فرض کنید X یک متغیر تصادفی با توزیع نمایی با میانگین یک باشد، احتمال اینکه فاصلهٔ این متغیر از میانگینش بیشتر از ۲ باشد، کدام است؟

۱) حداکثر یک‌دوم است.

۲) حداقل یک‌چهارم است.

۳) حداقل یک‌دوم است.

۴) حداکثر یک‌چهارم است.

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۵۸- فرض کنید X دارای توزیع دوجمله‌ای با پارامترهای ۵ و $\frac{۱}{۲}$ و Y دارای توزیع دوجمله‌ای با پارامترهای ۶ و $\frac{۱}{۲}$ و مستقل از هم باشند، مقدار $P(X=Y)$، کدام است؟

۱) $\frac{\binom{۱۱}{۶}}{۲^{۱۱}}$

۲) $\frac{\binom{۱۰}{۶}}{۲^{۱۱}}$

۳) $\frac{\binom{۱۰}{۶}}{۲^{۱۰}}$

۴) $\frac{\binom{۱۱}{۵}}{۲^{۱۰}}$

۵۹- فرض کنید X و Y دو متغیر تصادفی مستقل با تابع احتمال‌های زیر باشند. مقدار $P(\frac{Y}{X}\geq ۱)$، کدام است؟

x	-۱	۱
$P(X=x)$	$\frac{۱}{۳}$	$\frac{۲}{۳}$

y	-۲	-۱
$P(Y=y)$	$\frac{۴}{۵}$	$\frac{۱}{۵}$

۱) $\frac{۱}{۱۵}$

۲) $\frac{۲}{۱۵}$

۳) $\frac{۵}{۱۵}$

۴) $\frac{۶}{۱۵}$

۶۰- سه سکهٔ سالم پرتاب می‌شوند و هر سکه‌ای که شیر آمده باشد دوباره پرتاب می‌شود. اگر Y نمایانگر تعداد شیرها در پرتاب‌های دوم باشد، $P(Y=۲)$، کدام است؟

۱) $\frac{۱۲}{۶۴}$

۲) $\frac{۹}{۶۴}$

۳) $\frac{۱}{۸}$

۴) $\frac{۵}{۳۲}$

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۶۱- از بازهٔ $(-۱,۱)$ نقاط X و Y به‌طور تصادفی و مستقل ازهم انتخاب می‌شوند. مقدار $E(Max(X,Y))$، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$

۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) صفر

۶۲- یک تاس سالم که دارای یک وجه سبز رنگ، دو وجه آبی رنگ و سه وجه قرمز رنگ است را یک‌بار پرتاب می‌کنیم. اگر

$$Y=\begin{cases}۱ & \text{وجه آبی رنگ مشاهده شود}\\ ۰ & \text{درغیر این‌صورت}\end{cases} \qquad X=\begin{cases}۱ & \text{وجه سبز رنگ مشاهده شود}\\ ۰ & \text{درغیر این‌صورت}\end{cases}$$

مقدار $Cov(X,Y)$، کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۱۸}$

۲) $\frac{۱}{۱۸}$

۳) $\frac{-۲}{۱۸}$

۴) $\frac{-۱}{۱۸}$

۶۳- فرض کنید $S=X+Y+Z$ بیانگر مجموع سه متغیر تصادفی مستقل یکنواخت روی بازه $(۰,۱)$ باشد. مقدار $E(Var(X|S))$، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۳۶}$

۲) $\frac{۱}{۱۸}$

۳) $\frac{۱}{۱۲}$

۴) $\frac{۱}{۳}$

۶۴- فرض کنید $X_۱, X_۲, ..., X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد. اگر $Y_n = \min(X_۱, ..., X_n)$ باشد. توزیع حدی nY_n، کدام است؟

$$f(x)=۲(۱-x) \qquad ۰<x<۱$$

۱) تباهیده در نقطه صفر ۲) نرمال استاندارد

۳) نمایی با میانگین ۱ ۴) نمایی با میانگین $\frac{۱}{۲}$

۶۵- فرض کنید $X_۱, ..., X_n, X_{n+۱}$ یک نمونه تصادفی از تابع توزیع زیر باشد. مقدار $P(X_{(n)} > X_{n+۱})$، کدام است؟

$$F(x)=\begin{cases}۰ & x<\mu\\ ۱-e^{-(x-\mu)} & x\geq\mu\end{cases}$$

۱) $\frac{n}{n+۱}$ ۲) $\frac{۱}{n+۱}$

۳) $\frac{n+۱}{n+۲}$ ۴) $\frac{۱}{n+۲}$

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۶۶- فرض کنید $X_1, X_2, \ldots$ دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی مستقل از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشند. اگر $n \to \infty$، کدام مورد، درست است؟

$$f_x(x) = e^{-x+\theta}\, I_{[\theta,\infty)}(x)$$

۱) $\bar{X}_n$ در احتمال به $\theta+1$ میل می‌کند.
۲) $\bar{X}_n$ در احتمال به توزیع نرمال میل می‌کند.
۳) $\bar{X}_n$ در توزیع به توزیع تباهیده در θ میل می‌کند.
۴) $\bar{X}_n$ در توزیع به توزیع نرمال استاندارد میل می‌کند.

۶۷- فرض کنید X_1, X_2, X_3 نمونه‌ای تصادفی از توزیع برنولی با پارامتر θ باشد $(0 < \theta < 1)$. کدام آماره برای θ بسنده نیست؟

۱) $X_1 + 2X_2 + 3X_3$
۲) (X_1, X_2, X_3)
۳) $(X_1 + X_2, X_1 - X_2, X_3)$
۴) $X_1 + X_2 + X_3$

۶۸- فرض کنید $X_1, \ldots, X_n$ نمونه‌ای تصادفی از توزیع نمایی با میانگین θ باشد $(0 < \theta)$. مقدار $E\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} iX_i}{\sum_{i=1}^{n} X_i}\right)$، کدام است؟

۱) $\frac{n}{2}$
۲) $\frac{n+1}{2}$
۳) $\frac{n}{2}\theta$
۴) $(\frac{n+1}{2})\theta$

۶۹- فرض کنید $X_1, \ldots, X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد. برآوردگر θ به‌روش گشتاوری (MME)، کدام است؟

$$f(x|\theta) = \begin{cases} \frac{2x}{\theta} & 0 < x \le \theta \\ \frac{2(1-x)}{1-\theta} & \theta \le x < 1 \end{cases}$$

۱) $1 - 3\bar{X}$
۲) $2\bar{X} - 1$
۳) $3\bar{X} - 1$
۴) $1 - 2\bar{X}$

۷۰- فرض کنید $X_1, \ldots, X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیعی با تابع احتمال زیر باشد. برآوردگر p به روش ماکزیمم درست‌نمایی (MLE)، کدام است؟

$$P(X = x) = p(1-p)^{x-\theta} \quad , \quad x = \theta, \theta+1, \ldots, \quad \theta \in \mathbb{N} \quad , \quad 0 < p < 1$$

۱) $X_{(1)}$
۲) $\bar{X}$
۳) $\sum_{i=1}^{n} (X_i - X_{(1)})$
۴) $\frac{n}{n + \sum_{i=1}^{n} (X_i - X_{(1)})}$

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۷۱- فرض کنید $(X,Y) \sim N(۰,۰,۱,۱,\rho)$ باشد. گیریم $T = Max(X,Y)$، T برآوردگر ناأریب، کدام است؟

۱) $۱-\rho$

۲) $\frac{\sqrt{۱-\rho}}{\pi}$

۳) $\sqrt{\frac{۱-\rho}{\pi}}$

۴) $\sqrt{۱-\rho}$

۷۲- فرض کنید $X_۱,...,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع برنولی با پارامتر p باشد. اگر $n \geq ۳$ و $T = \sum_{i=۱}^{n} X_i$، مقدار $E(X_۱X_۲X_۳ \mid T)$، کدام است؟

۱) $\frac{T(T-۱)(T-۲)}{n^۳}$

۲) $\frac{T^۳}{n^۳}$

۳) $\frac{(n-۱)T^۳}{n^۲}$

۴) $\frac{T(T-۱)(T-۲)}{n(n-۱)(n-۲)}$

۷۳- فرض کنید $X_۱,...,X_n$ نمونه‌ای تصادفی از توزیع پواسون با پارامتر λ باشد. مقدار $E(\sum_{i=۱}^{n} X_i^۲ \mid \bar{X})$، کدام است؟

$\left(\bar{X} = \frac{۱}{n}\sum_{i=۱}^{n} X_i\right)$

۱) $\bar{X}(n(\bar{X}+۱)-۱)$

۲) $n\bar{X}(\bar{X}+۱)$

۳) $n\bar{X}^۲$

۴) $\bar{X}^۲$

۷۴- فرض کنید $X_۱,...,X_n$ نمونه‌ای تصادفی از توزیع یکنواخت بر بازه $[۰,\theta]$ باشد $(\theta > ۰)$. برآوردگر $\left(\prod_{i=۱}^{n} X_i\right)^{\frac{۱}{۲n}}$ برای چه پارامتری، سازگار است؟

۱) $\theta e^{-۱}$

۲) $\sqrt{\theta e^{-۱}}$

۳) $\sqrt{\theta}\, e^{-۱}$

۴) $\theta\, e^{-\frac{۱}{۲}}$

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۷۵- فرض کنید X_1, X_2, X_3 نمونه‌ای تصادفی از توزیع $N(\theta,1)$ باشند. (θ مجهول) برای آزمون فرض $H_0 : \theta = -1$ در مقابل $H_1 : \theta = 1$، آزمونی با ناحیه رد زیر درنظر گرفته شده است. اندازه آزمون (احتمال خطای نوع اول)، کدام است؟ (Φ تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد است.)

$$C = \{(x_1, x_2, x_3) : \sum_{i=1}^{3} i x_i > 0\}$$

۱) $1 - \Phi(\frac{6}{\sqrt{14}})$

۲) $\Phi(\frac{6}{\sqrt{14}})$

۳) $1 - \Phi(\sqrt{6})$

۴) $\Phi(\sqrt{6})$

۷۶- فرض کنید X یک متغیر تصادفی از توزیعی با یکی از تابع چگالی احتمال‌های زیر باشد. برای آزمون فرض $H_0 : f = f_0$ در مقابل $H_1 : f = f_1$ ناحیه بحرانی (ناحیه رد) پرتوان‌ترین آزمون (MP)، کدام است؟

$$f_0(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2} \quad , \quad -\infty < x < \infty$$

$$f_1(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)} \quad , \quad -\infty < x < \infty$$

۱) $|x| < c$

۲) $x > c$

۳) $|x| > c$

۴) $x < c$

۷۷- فرض کنید X_1، X_2 و X_3 تعداد متولدین پسر قبل از اولین تولد دختر در یک ماه خاص در بیمارستان‌های ۱، ۲ و ۳ باشند. تعداد تولدها در سه بیمارستان از هم مستقل‌اند. اگر p احتمال تولد فرزند پسر باشد و برای آزمون فرض $H_0 : p \le \frac{1}{2}$ در مقابل $H_1 : p > \frac{1}{2}$ ناحیه رد به صورت $\sum_{i=1}^{3} X_i \ge 3$ باشد، اندازه این آزمون، کدام است؟

۱) $\frac{1}{16}$

۲) $\frac{1}{8}$

۳) $\frac{1}{4}$

۴) $\frac{1}{2}$

۷۸- فرض کنید $X_1, \ldots, X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع یکنواخت روی بازه $(0, \theta)$ باشد. تابع توان پرتوان‌ترین آزمون یکنواخت (UMP) اندازه α برای آزمون فرض $H_0 : \theta \le 1$ در مقابل $H_1 : \theta > 1$، کدام است؟

۱) $\frac{1-\alpha}{\theta^n}$

۲) $1 - \frac{\alpha}{\theta^n}$

۳) $1 - \left(\frac{1-\alpha}{\theta}\right)^n$

۴) $1 - \frac{1-\alpha}{\theta^n}$

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۷۹- فرض کنید X یک تک‌مشاهده از توزیع پواسون با پارامتر θ باشد. برای آزمون فرض $H_0: \theta \le 1$ در مقابل $H_1: \theta > 1$، اگر تابع آزمون به‌صورت زیر باشد، کدام مورد، درست است؟

$$\Phi(x)=\begin{cases}1 & x>1\\ \frac{1}{2} & x=1\\ 0 & x<1\end{cases}$$

۱) اندازه آزمون $\alpha = 1-\frac{3}{2}e^{-1}$ و توان آزمون $\pi(\theta)=1-e^{-\theta}(1+\frac{3}{2}\theta)$

۲) اندازه آزمون $\alpha = 1-\frac{3}{2}e^{-1}$ و توان آزمون $\pi(\theta)=1-e^{-\theta}(1+\frac{\theta}{2})$

۳) اندازه آزمون $\alpha = 1-\frac{1}{2}e^{-1}$ و توان آزمون $\pi(\theta)=1-e^{-\theta}(1+\frac{\theta}{2})$

۴) اندازه آزمون $\alpha = 1-\frac{3}{2}e^{-1}$ و توان آزمون $\pi(\theta)=1-e^{-\theta}(1-\frac{3}{2}\theta)$

۸۰- فرض کنید X یک تک‌مشاهده از تابع چگالی احتمال زیر باشد. ناحیه رد آزمون به روش نسبت درستنمایی با اندازه $\alpha = 0/25$ برای آزمون فرض $H_0: \theta = 0$ در مقابل $H_1: 0 < \theta < 1$، کدام است؟

$$f_\theta(x)=\begin{cases}\frac{\theta}{5} & x=-2\\ \frac{5}{15} & x=\pm 1\\ \frac{2}{15} & x=0\\ \frac{1-\theta}{5} & x=2\end{cases} \qquad 0<\theta<1, \qquad f_\theta(x)=\begin{cases}\frac{1}{8} & x=\pm 2\\ \frac{1}{4} & x=0,\pm 1\end{cases} \qquad \theta=0$$

۱) $\{0\}$ ۲) $\{-1\}$

۳) $\{+2,-2\}$ ۴) $\{+1\}$

۸۱- فرض کنید $X_1,\dots,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد. یک بازه اطمینان $100(1-\alpha)\%$ با دم‌های برابر برای θ براساس برآوردگر ماکزیمم درستنمایی (MLE) پارامتر θ، کدام است؟

$$f_\theta(x)=e^{-(x-\theta)} \ , \ x>\theta$$

۱) $\bar{X} \pm \frac{1}{\sqrt{n}} z_{\frac{\alpha}{2}}$

۲) $X_{(1)}+\frac{1}{n}\ln\frac{\alpha}{2} < \theta < X_{(1)}+\frac{1}{n}\ln(1-\frac{\alpha}{2})$

۳) $X_{(1)} \pm \frac{1}{\sqrt{n}} z_{\frac{\alpha}{2}}$

۴) $\bar{X}-1 \pm \frac{1}{\sqrt{n}} z_{\frac{\alpha}{2}}$

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۸۲- فرض کنید X یک تک‌مشاهده از توزیع نمایی با میانگین θ است. ضریب اطمینان بازه $(\frac{۱}{۲}X, ۲X)$ به‌عنوان یک بازه اطمینان برای θ، کدام است؟

۱) $e^{-\frac{۱}{۲}} - e^{-۲}$

۲) $۱ + e^{-۲} - e^{-\frac{۱}{۲}}$

۳) $۱ - e^{-\frac{۱}{۲}} - e^{-۲}$

۴) $e^{-۲}$

دروس تخصصی ۲ (نمونه‌گیری(۱و۲)، رگرسیون ۱):

۸۳- فرض کنید نمونه‌ای تصادفی ساده بدون جایگذاری (S)، به‌اندازه n از جامعه‌ای به‌اندازه N گرفته‌ایم. پارامتر $\theta = \sum_{k=۱}^{N} e^{y_k}$ را درنظر بگیرید که در آن y_k عناصر جامعه‌اند. کدام‌یک از برآوردگرهای زیر برای θ، ناأریب است؟

۱) $N \exp\left(\sum_{k \in s} y_k\right)$

۲) $\sum_{k \in s} e^{y_k}$

۳) $\frac{۱}{n} \sum_{k \in s} e^{y_k}$

۴) $\frac{N}{n} \sum_{k \in s} e^{y_k}$

۸۴- فرض کنید ۱،۱،۳،۳:

الف) نمونه‌ای تصادفی ساده بدون جایگذاری از جمعیتی به اندازه $N = ۱۰$ با $\bar{x} = \frac{۱}{n} \sum_{k \in s} x_k$ باشد.

ب) نمونه‌ای طبقه‌ای نمونه طبقه اول ۱،۱، $N_۱ = ۶$

نمونه طبقه دوم ۳،۳، $N_۲ = ۴$

با $\bar{x} = \sum_{h=۱}^{۲} \frac{N_h}{N} \bar{x}_h$ باشد.

برآوردگر ناأریب $Var(\bar{x})$ در هریک از دو طرح (الف) و (ب) کدام است؟

۱) الف) ۰/۲ و ب) ۰/۱

۲) الف) ۱ و ب) ۰

۳) الف) ۰/۲ و ب) ۰

۴) الف) ۱ و ب) ۰/۱

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۸۵- در جامعه‌ای متناهی به اندازه N، برای برآورد میانگین جامعه، آن‌قدر نمونه‌گیری تصادفی ساده با جایگذاری انجام می‌دهیم تا این‌که به n عنصر مجزا برسیم. اگر $\bar{y}_n$: میانگین y برای عناصر متمایز و $\bar{y}_\nu$: میانگین y برای تمام ν انتخاب $(\nu \geq n)$ باشد. کدام گزینه، نادرست است؟

۱) $Var(\bar{y}_\nu) = \sigma^2 E(\frac{1}{\nu})$

۲) $\bar{y}_n$ برای میانگین جامعه ناأریب است.

۳) $\bar{y}_\nu$ برای میانگین جامعه ناأریب است.

۴) $Var(\bar{y}_n) = \frac{\sigma^2}{n}$

۸۶- اگر از جمعیتی به حجم N نمونه تصادفی ساده به حجم n_1 با میانگین $\bar{y}_1$ انتخاب کنیم و سپس از میان باقی‌مانده اعضای جمعیت نمونه تصادفی ساده به حجم n_2 با میانگین $\bar{y}_2$ انتخاب کنیم، برآوردگر ناأریب میانگین جمعیت، کدام است؟

۱) $\frac{n_1\bar{y}_1 + n_2\bar{y}_2}{n_1 + n_2}$

۲) $\frac{n_1\bar{y}_1 + n_2\bar{y}_2}{N}$

۳) $\frac{N(\bar{y}_1 + \bar{y}_2)}{n_1 + n_2}$

۴) $\frac{\bar{y}_1 + \bar{y}_2}{N}$

۸۷- در یک طرح نمونه‌گیری تصادفی ساده، واحدهای نمونه‌گیری انتخاب و تعدادی پرسشنامه جهت برآورد نسبت طرفداران دریافت یارانه پُر شده است. ترتیب قرارگرفتن پرسشنامه‌ها تصادفی است و هیچ روند خاصی از نظر وضعیت طرفداری یا مخالفت با دریافت یارانه در آن وجود ندارد. بخشی از پرسشنامه‌ها گم می‌شوند. این کار باعث .....

۱) افزایش اُریبی برآوردگر می‌شود.

۲) افزایش واریانس برآوردگر می‌شود.

۳) افزایش واریانس و اُریبی برآوردگر می‌شود.

۴) هیچ تغییری در واریانس و اُریبی نمی‌شود.

۸۸- فرض کنید عده‌ای بیننده برای یک برنامه تلویزیونی پیامک می‌فرستند. می‌خواهیم n نفر از آن‌ها را انتخاب کرده و به آن‌ها جایزه دهیم. کدام شیوه انتخاب نمونه منجر به نمونه‌گیری تصادفی ساده بدون جایگذاری می‌شود؟

۱) از بیننده‌هایی که پیامک ارسال کرده‌اند براساس ترتیب دریافت پیامک نمونه‌ای سیستماتیک n تایی بگیریم.

۲) بیننده‌هایی که پیامک ارسال کرده‌اند را براساس ترتیب دریافت پیامک به n گروه تقسیم کرده و از هرگروه یک‌نفر را انتخاب کنیم.

۳) ابتدا تمام بیننده‌هایی که پیامک ارسال کرده‌اند را به‌صورت تصادفی لیست کرده و سپس یک‌نمونه سیستماتیک nتایی می‌گیریم.

۴) بیننده‌هایی که پیامک ارسال کرده‌اند را به سه گروه، یک‌سوم اول، یک‌سوم دوم و یک‌سوم آخر زمان برنامه تقسیم کرده و از هر گروه یک‌نمونه تصادفی به حجم $\frac{n}{3}$ می‌گیریم.

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۸۹- جامعه‌ای شامل دو طبقه است. حجم طبقه اول ۲۰۰ و طبقه دوم ۴۰۰ است. واریانس صفت مورد بررسی در طبقه اول ۴ برابر طبقه دوم است. برای استخراج یک‌نمونه ۵۰ تایی از این جامعه براساس تخصیص نیمن، سهم طبقه اول، کدام است؟

۱) ۱۵ ۲) ۲۰

۳) ۲۵ ۴) ۳۵

۹۰- در نمونه‌گیری طبقه‌ای اگر هزینه گرفتن نمونه از طبقات یکسان باشد و داشته باشیم:

$$\bar{X}_N = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i \quad \text{و} \quad \bar{X}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

کدام عبارت نادرست است؟

۱) $\bar{X}_n$ برای $\bar{X}_N$ نااُریب است.

۲) با تخصیص متناسب با اندازه، $\bar{X}_n$ برای $\bar{X}_N$ نااُریب است.

۳) تخصیص بهینه نیمن کاراتر از تخصیص متناسب با اندازه است.

۴) اگر واریانس طبقات باهم برابر باشند تخصیص بهینه نیمن و تخصیص متناسب با اندازه، معادل هم هستند.

۹۱- قصد اجرای نمونه‌گیری خوشه‌ای یک‌مرحله‌ای از جمعیت $N = 6$ عضوی زیر را داریم. کدام خوشه‌بندی برای اجرای این طرح، درست‌تر است؟

$y_k : ۱, ۳, ۳, ۱, ۲, ۲$

۱) $U_۱ = \{۱,۱,۲\}$ $U_۲ = \{۲,۳,۳\}$

۲) $U_۱ = \{۱,۲\}$ $U_۲ = \{۱,۳\}$ $U_۳ = \{۲,۳\}$

۳) $U_۱ = \{۱,۱\}$ $U_۲ = \{۲,۲\}$ $U_۳ = \{۳,۳\}$

۴) $U_۱ = \{۱,۲,۳\}$ $U_۲ = \{۱,۲,۳\}$

۹۲- کدام عبارت، در مورد ارتباط بین طرح‌های نمونه‌گیری نادرست است؟

۱) نمونه‌گیری طبقه‌ای حالت خاصی از نمونه‌گیری خوشه‌ای یک‌مرحله‌ای است.

۲) نمونه‌گیری طبقه‌ای حالت خاصی از نمونه‌گیری خوشه‌ای دومرحله‌ای است.

۳) نمونه‌گیری خوشه‌ای یک‌مرحله‌ای حالت خاصی از نمونه‌گیری خوشه‌ای دومرحله‌ای است.

۴) نمونه‌گیری سیستماتیک یا سامان‌مند حالت خاصی از نمونه‌گیری خوشه‌ای یک‌مرحله‌ای است.

۹۳- فرض کنید می‌خواهیم از یک کلاس درسی چند دانش‌آموز را به‌عنوان نمونه انتخاب کرده و متوسط درآمد والدین کلاس را برحسب این نمونه برآورد کنیم. اگر نمونه به این‌گونه انتخاب شود که مدرس کلاس براساس حافظه خود دانش‌آموزانی را که نام آنها را در ذهن دارد به‌عنوان نمونه معرفی نماید، برای محاسبه برآورد واریانس متوسط درآمد والدین براساس این نمونه، چه روشی مناسب است؟

۱) نمونه‌گیری سیستماتیک ۲) نمونه‌گیری با احتمال متغیر

۳) نمونه‌گیری تصادفی ساده بدون جایگذاری ۴) برآورد واریانس قابل محاسبه نیست.

۹۴- حضور داده گمشده در داده‌های جمع‌آوری شده با پرسشنامه ناشی از کدام خطا است؟

۱) خطای پرسشنامه ۲) خطای غیرنمونه‌گیری

۳) خطای طرح نمونه‌گیری ۴) خطای نمونه‌گیری

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۹۵- مدل رگرسیون خطی ساده $Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ را با فرض مستقل بودن Y_iها درنظر بگیرید. اگر $Y_i \sim N(\mu_i, \mu_i^2)$ باشد، تبدیل مناسب برای همگن کردن واریانس Y_i ها، کدام است؟

۱) لگاریتمی
۲) رادیکالی
۳) توان دوم
۴) توان سوم

۹۶- در مدل رگرسیون خطی ساده $y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$، برای آزمون فرض $H_0 : \beta_1 = 0$ در مقابل فرض $H_1 : \beta_1 \neq 0$، براساس اطلاعات جدول زیر مقدار آماره F، کدام است؟

y_i	۰	۱	۵
$\hat{y}_i$	۰/۱	۰/۹	۵

۱) ۱/۰۰۱
۲) ۳۵۰
۳) ۶۹۹
۴) ۱۳۹۸

۹۷- در یک مدل رگرسیون خطی ساده، اگر ضریب همبستگی بین y_i و $\hat{y}_i$ برابر ۰/۶ باشد، مربع ضریب همبستگی بین x_i و y_iها، کدام است؟

۱) ۰/۸
۲) ۰/۳۶
۳) ۰/۲
۴) صفر

۹۸- در مدل رگرسیون خطی، خطاها مستقل با میانگین صفر و واریانس همگن σ^2 فرض می‌شوند. مشاهدات را با y، باقیمانده‌ها را با e و پیش‌بینی را با $\hat{y}$ نمایش می‌دهیم. اگر r ضریب همبستگی باشد، کدام مورد، درست است؟

۱) $r_{e,\hat{y}} = 0$
۲) $r_{e,y} = 0$
۳) $r_{y,\hat{y}} = 0$
۴) $r_{e,y} \neq 0$ و $r_{e,\hat{y}} \neq 0$

۹۹- مدل رگرسیون خطی چندگانه $Y = X\beta + \varepsilon$ را در نظر بگیرید که در آن $X_{n\times p}$ ماتریس مدل و $\beta_{p\times 1}$ بردار ضرایب رگرسیونی است و $E(\varepsilon) = 0$ و $Var(\varepsilon) = \sigma^2 I$. اگر $\hat{y}_i = x_i' \hat{\beta}$ مقدار برازش داده شده متناظر با پاسخ y_i باشد که در آن x_i' سطر iام ماتریس X و $\hat{\beta}$ برآورد کمترین توان‌های دوم β است، مقدار $\sum_{i=1}^{n} Var(\hat{y}_i)$، کدام است؟

۱) $np\sigma^2$
۲) $\frac{\sigma^2}{n}$
۳) $n\sigma^2$
۴) $p\sigma^2$

۱۰۰- مدل رگرسیون خطی چندگانه $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \varepsilon_i$ را با فرض نرمال و مستقل بودن ε_iها در نظر بگیرید. این مدل با استفاده از مشاهداتی به اندازه $n = 24$ به‌صورت زیر برازش داده می‌شود:

$$\hat{y}_i = 2 + 3/5 x_{i1} + 0/7 x_{i2} + 2 x_{i3} \quad , \quad R^2 = 0/982$$

مدل مورد نظر با اعمال قید $\beta_2 = \beta_3$ به‌صورت زیر برازش می‌شود:

$$\hat{y}_i = 1/5 + 3(x_{i2} + x_{i3}) - 0/6 x_{i1} \quad , \quad R^2 = 0/85$$

برای آزمون فرض $H_0 : \beta_2 = \beta_3$ در مقابل $H_1 : \beta_2 \neq \beta_3$، مقدار آماره آزمون، کدام است؟

۱) ۵۲/۲۴۲
۲) ۱۲۳/۲۵۱
۳) ۱۴۶/۰۶۶
۴) ۳۶۳/۷۰۲

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۱۰۱- در تحقیقی برای بررسی کارآمدی روش تدریس ریاضی عمومی، تعدادی از دانشجویان به‌تصادف انتخاب و در یک‌ترم دو نوع روش تدریس به آنها ارائه گردید. در پایان دوره یک آزمون مشترک گرفته شد و نمرات y ثبت گردید. اگر پژوهشگری مدل رگرسیونی y بر { برای دختر ۰ و برای پسر ۱ } $= x_1$ و { برای تدریس مجازی ۰ و برای تدریس حضوری ۱ } $= x_2$ و نیز اثر متقابل $x_1 x_2$ را برازش دهد، مقدار برآورد $\theta = \beta_1 + \beta_2 + \beta_3$، کدام است؟

۱) اختلاف میانگین نمرات دختر با تدریس مجازی از میانگین نمرات پسر با تدریس مجازی

۲) اختلاف میانگین نمرات دختر با تدریس مجازی از میانگین نمرات پسر با تدریس حضوری

۳) اختلاف میانگین نمرات پسر با تدریس حضوری از میانگین نمرات دختر با تدریس حضوری

۴) اختلاف میانگین نمرات پسر با تدریس حضوری از میانگین نمرات پسر با تدریس مجازی

۱۰۲- در مدل رگرسیون خطی با دو متغیر توضیحی x_1 و x_2، اگر ضریب همبستگی بین این دو متغیر ۰/۶ باشد، مقدار VIF، کدام است؟

۱) ۱/۵۶ ۲) ۱/۶۶

۳) ۲/۵۰ ۴) ۲/۷۸

۱۰۳- در مدل رگرسیونی خطی چندگانه $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \varepsilon_i$ اگر متغیرهای توضیحی، کیفی و کد مقادیر ۰ و ۱ را اختیار کنند و فرض $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ برقرار باشد، کدام مورد در ارتباط با برآوردگرهای ضرایب رگرسیونی، درست است؟

۱) فقط با روش حداقل مربعات خطا قابل محاسبه است.

۲) فقط با روش ماکسیمم درست‌نمایی قابل محاسبه است.

۳) با روش‌های حداقل مربعات خطا و ماکسیمم درست‌نمایی قابل محاسبه اما متفاوتند.

۴) با روش‌های حداقل مربعات خطا و ماکسیمم درست‌نمایی قابل محاسبه و دارای مقادیر یکسانند.

۱۰۴- معادلهٔ برازش شده براساس $n = 100$ داده در یک مدل رگرسیون خطی به‌صورت $\hat{y} = \underset{(0/2)}{1/25} + \underset{(1/5)}{4/0}\, x_1 + \underset{(2/0)}{8/6}\, x_2$ است، که در آن اعداد داخل پرانتز خطای معیار هر برآورد را نشان می‌دهد. برآورد کواریانس بین $\hat{\beta}_1$ و $\hat{\beta}_2$ برابر با یک و بین بقیه برآوردها صفر است. مقدار آماره آزمون برای فرض $H_0 : \frac{\beta_2}{\beta_1} = 2$، کدام است؟

۱) $F = 0/2$ ۲) $t = 0/2$

۳) $F = 0/4$ ۴) $t = 0/02$

۱۰۵- مدل رگرسیون خطی $y = X\beta + \varepsilon$ را در نظر بگیرید که در آن، بردار $\varepsilon = (\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_n)'$، به شرط $X_{n\times p}$، دارای میانگین صفر و ماتریس کواریانس $\sigma^2 I_n$ است. میانگین حسابی واریانس مانده‌های $\hat{\varepsilon}_i$، کدام است؟

۱) $\left(1 - \frac{p}{n}\right)\sigma^2$

۲) $1 - \frac{p}{n}\sigma^2$

۳) $\left(1 - \frac{1}{n}\right)\sigma^2$

۴) $1 - \frac{\sigma^2}{n}$

Telegram: @uni_k